

経済統計分析 I 期末試験

以下の全てに答えなさい。持込は一切不可

1. 失業率 (u) とインフレ率 (Δp) のあいだにはトレードオフの関係があるといわれます (フィリップス・カーブ)。そこで、アメリカの 1964 年第 1 四半期から 1995 年第 4 四半期までの失業率とインフレ率の動きを調べ、以下のような同時分布を得ました。この期間を母集団と考え、以下の問いに答えなさい。 \bar{u} はインフレを加速しない失業率 (NAIRU – Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment) ですが、ここでは 5 年移動平均を用いています。

	$(u - \bar{u}) > 0$ ($Y = 0$)	$(u - \bar{u}) \leq 0$ ($Y = 1$)	Total
$\Delta p - \Delta p_{-1} > 0$ ($X = 0$)	0.156	0.383	0.539
$\Delta p - \Delta p_{-1} \leq 0$ ($X = 1$)	0.297	0.164	0.461
Total	0.453	0.547	1.00

- (a) $E(X)$ と $E(Y)$ を計算し、その期待値の意味を述べなさい。
 (b) $E(Y|X=0)$ と $E(Y|X=1)$ を計算しなさい。 X と Y が独立であることと、これらの条件付き期待値にどのような関係が成り立つか述べ、この結果を解釈しなさい。
 (c) 失業率が NAIRU より高いときにインフレが進む確率はいくらか。また、失業率が NAIRU より低いときにインフレ率が前期より低くなる確率はどれほどか、求めなさい。

2. 母分散の定義は

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^k (y_i - \mu_Y)^2 p_i$$

で与えられますが、しばしば

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^k y_i^2 p_i - \mu_Y^2$$

としても計算されます。この 2 つが等しいことを証明しなさい。

3. 2 つの政党 (L 党, D 党) からの立候補者が 1 つの議席を争っている状況を考え、ベルヌーイ試行で記述するとしましょう。有権者の投票を Y で表し、L 党の候補に投票することを $Y=1$, D 党の候補に投票することを $Y=0$ とします。L 党に投票する確率を $\Pr(Y=1) = p$ とし、棄権や白票はないものとします。有権者のなかから n 人のサンプルを抽出するとき、サンプルサイズが十分に大きければ、標本平均 \hat{p} は正規分布で近似され、

$$\hat{p} \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$$

が成り立ちます。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (a) L 党の支持率が 50%であることが分かっているとしましょう。サンプルサイズが 40 人であるとき、この標本における支持率が 40%を下回る確率を求めなさい。
- (b) サンプルサイズが 100 人であるとき、前問(a)の答えはどうなるでしょうか。
- (c) この問題のような状況では、有権者の規模によらずサンプルサイズは 3000 もあれば十分です。それはなぜか、説明しなさい。

4. 女性の就業形態と出生率の関係を調べるため、47 都道府県の合計特殊出生率のデータを集め、女性の就業形態別に 3 つのグループに分けたうえで一元配置分散分析を行いました¹。Excel による出力結果は以下のとおりでした。

概要

グループ	標本数	合計	平均	分散
1	18	23.81	1.323	0.024
2	21	30.08	1.432	0.008
3	8	11.02	1.378	0.001

分散分析表

変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
グループ間	0.117	2	0.058	4.454	0.017	3.209
グループ内	0.576	44	0.013			
合計	0.692	46				

- (a) グループ 1 とグループ 2 では合計特殊出生率の平均値は等しいか、異なる母集団からの標本とみなして検定しなさい。
- (b) 3 グループの合計特殊出生率の平均値は全て等しいか、検定結果を説明しなさい。
- (c) もとの論文では、グループ 1 を「非就業群」、グループ 2 を「フルタイム就業群」、グループ 3 を「パートタイム就業群」と呼んでいる。この検定結果から「女性がフルタイム就業しているほうが出生率が高い」と言ってよいか、説明しなさい。

¹ この問題は、矢尾板俊平・丸山真名美。2009。子育て支援政策に関する考察（公共選択学会発表論文）から作成しています。

5. 最近、子どもに当て字や難読漢字を用いた名前をつける例が増えているそうです。そこで、名前（ファーストネーム）と非行の関係について次のような分析を行いました²。以下の問いに答えなさい。

(a) まず、単回帰分析を行いました。被説明変数は、ある名前 i の子どものうちで非行に走った子どもの比率（の対数値）、説明変数は名前 i の一般度を表す指数 PNI³（の対数値）です。推定結果は以下のとおりで、カッコ内は標準誤差を表します。名前の一般度が高くなると非行に走る比率が低くなるかどうか、全員・黒人・白人の 3 つのケースについてそれぞれ有意水準 5% で検定しなさい。

	全員	黒人	白人
定数	-2.076 (0.023)	-1.148 (0.024)	-2.313 (0.033)
ln(PNI)	-0.367 (0.006)	-0.192 (0.006)	-0.368 (0.01)
R ²	0.4998	0.283	0.4927
観測値数	3,777	2,613	1,585

(b) 非行に走った少年について、その少年が住んでいる地域の失業率・生活補助（TANF）平均受給額、平均所得を被説明変数とする単回帰を行ったところ、以下のような推定結果を得ました（カッコ内は標準誤差）。名前と経済状況についてどのような関係が見られるか、統計的検定を行いつつ、説明しなさい。

	黒人			白人		
	失業率	TANF	所得	失業率	TANF	所得
定数	6.111 (0.008)	166.47 (0.712)	31,022.20 (56.171)	5.401 (0.008)	52.807 (0.515)	31,463.50 (62.13)
PNI	-0.0018 (0.0003)	-0.2037 (0.0295)	7.609 (2.31)	-0.0007 (0.0002)	-0.0421 (0.0135)	10.019 (1.704)

(c) (b)の結果を踏まえれば、(a)の推定結果から「一般的な名前でない少年は非行に走りやすい」と結論することはできません。それはなぜか、説明しなさい。

(d) 非行の走りやすさに対する名前の影響を調べるには、(a)の分析をどのように修正すればよいと考えられるか、説明しなさい。

² この問題は、Kalist, David E. and Daniel Y. Lee, 2009. First names and crime: Does unpopularity spell trouble? *Social Science Quarterly* 90(1), 39-49. から作成しています。

³ 最もよくある名前を持つ子供の数に対する、その名前を持つ子供の数の比（×100）で定義しています。最もよくある名前（Michael）の PNI は 100 で、ゼロから 100 までの値を取ります。

標準正規分布表

標準正規分布の累積密度を与える。縦方向に小数第 1 位まで、横方向に小数第 2 位を足す。たとえば、シャドーがかかっている部分は、 $\Phi(z < 0.22) = 0.5871$ を表す。

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990