# 外部性 (2)[1]

別所俊一郎[2]

## M10.7. 税と量的規制の比較

排出量の削減の費用と便益に不確実性が存在するとき，税よりも直接規制のほうが望ましくなるケースがある（Weitzman 1974）．いま，削減量を $\rho$ とし，その費用を $C(\rho,\theta), B(\rho,\eta)$ とおく．ここで，$\theta,\eta$ は互いに独立な確率変数で期待値はともにゼロとする．事前の意味で最適な削減量を $\hat{\rho}$ とおくと，量的規制（排出権取引を含む）ではこの水準に削減量が設定される．

$$\hat{\rho} = \mathrm{argmax}_{\{\rho\}} E[B(\rho,\eta) - C(\rho,\theta)] \tag{10.82}$$

FONC より，

$$E\left[\frac{\partial B}{\partial \rho}(\hat{\rho},\eta)\right] = E\left[\frac{\partial C}{\partial \rho}(\hat{\rho},\theta)\right] \tag{10.83}$$

削減費用のリスク $\theta$ は，政府が税率を設定した後，排出量が決まる前に実現するとする．このとき税率 $t$ と削減量 $\rho$ のあいだには

$$t = \frac{\partial C}{\partial \rho}, \quad \rho = h(t,\theta) \tag{10.84-85}$$

なる関係が成り立つ．この関係を織り込んで税率を設定するから，事前の税率設定は

$$\tilde{t} = \mathrm{argmax}_{\{t\}} E[B(h(t,\theta),\eta) - C(h(t,\theta),\theta)] \tag{10.86}$$

FONC より，

$$E\left[\frac{\partial B}{\partial \rho}(h(\tilde{t},\theta),\eta)\frac{\partial h}{\partial t}(\tilde{t},\theta)\right] = E\left[\frac{\partial C}{\partial \rho}(h(\tilde{t},\theta),\theta)\frac{\partial h}{\partial t}(\tilde{t},\theta)\right] \tag{10.87}$$

事後的には $\theta$ に応じて $t$ が決まるから，

$$\tilde{t} = \frac{E\left[\frac{\partial B}{\partial \rho}(h(\tilde{t},\theta),\eta)\frac{\partial h}{\partial t}(\tilde{t},\theta)\right]}{\frac{\partial h}{\partial t}(\tilde{t},\theta)} \tag{10.88}$$

税と直接規制の効果の差を比べるために，費用と便益を $\hat{\rho}$ 周りで 2 次の Taylor 展開してみると，

$$C(\rho,\theta) = C(\hat{\rho},\theta) + \frac{\partial C}{\partial \rho}(\hat{\rho},\theta)(\rho-\hat{\rho}) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial \rho^2}(\hat{\rho},\theta)(\rho-\hat{\rho})^2$$
$$B(\rho,\eta) = B(\hat{\rho},\eta) + \frac{\partial B}{\partial \rho}(\hat{\rho},\eta)(\rho-\hat{\rho}) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 B}{\partial \rho^2}(\hat{\rho},\eta)(\rho-\hat{\rho})^2$$

以下では，この 2 次近似を用いて，税と直接規制の効果の差を比べる．そのために，税や補助金が満たす FONC を用いてこれらの式を変形する．

[1]

[2] bessho [at] econ.hit-u.ac.jp. 間違いがあったらすぐにお知らせください．

不確実性 $\theta, \eta$ は十分に小さく，2 次の近似では無視できるとすれば，定数 $C', C'', B', B''$ と確率変数 $a(\theta), \alpha(\theta), b(\eta), \beta(\eta)$ を用いて，

$$C(\rho,\theta) = a(\theta) + (C' + \alpha(\theta))(\rho - \hat{\rho}) + \frac{C''}{2}(\rho - \hat{\rho})^2 \tag{10.89}$$

$$B(\rho,\eta) = b(\theta) + (B' + \beta(\eta))(\rho - \hat{\rho}) + \frac{B''}{2}(\rho - \hat{\rho})^2 \tag{10.90}$$

ここで，

$$C' \doteq E\left[\frac{\partial C}{\partial \rho}(\hat{\rho},\theta)\right]$$
$$C'' \doteq E\left[\frac{\partial B}{\partial \rho}(\hat{\rho},\eta)\right]$$
$$B' \doteq \frac{\partial^2 C}{\partial \rho^2}(\hat{\rho},\theta)$$
$$B'' \doteq \frac{\partial^2 B}{\partial \rho^2}(\hat{\rho},\theta)$$

であり，一般性を失うことなく，

$$E[\alpha(\theta)] = E[\beta(\eta)] = 0$$

とする．また，最適な削減量についての FONC（10.83）式より，

$$C' = B'$$

(10.89-90) 式を両辺をさらに $\rho$ で微分すると，

$$\frac{\partial C}{\partial \rho} = (C' + \alpha(\theta)) + C''(\rho - \hat{\rho})$$
$$\frac{\partial B}{\partial \rho} = (B' + \beta(\eta)) + B''(\rho - \hat{\rho})$$

$\partial C/\partial \rho$ の分散 $\sigma^2$ を考えると，$E[\alpha(\theta)] = 0$ だから，

$$\sigma^2 = E\left[\alpha(\theta)^2\right]$$

税についての FONC$\rho = h(t,\theta), \partial C/\partial \rho = t$ より，$\partial C/\partial \rho$ を変形することができて，

$$t = (C' + \alpha(\theta)) + C''(h(t,\theta) - \hat{\rho})$$

$$h(t,\theta) = \hat{\rho} + \frac{t - C' - \alpha(\theta)}{C''} \tag{10.91}$$

これをさらに $t$ で微分すると，

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{C''} \tag{10.92}$$

(10.88) に代入し直すと，

$$\tilde{t} \doteq E\left[\frac{\partial B}{\partial \rho}(h(\tilde{t},\theta),\eta)\right] \tag{10.88'}$$

この式の期待値のなかを変形するために $\partial B/\partial\rho$ の近似式を代入して，さらに（10.91）式を代入すると，

$$\frac{\partial B}{\partial\rho} = (B' + \beta(\eta)) + B''(\rho - \hat{\rho}) = (B' + \beta(\eta)) + B''\left(\rho - \frac{t - C' - \alpha(\theta)}{C''} - h(t,\theta)\right)$$

ここで，定義より $\rho = h(t,\theta)$ だから，

$$\frac{\partial B}{\partial\rho} = (B' + \beta(\eta)) + B''\left(\frac{t - C' - \alpha(\theta)}{C''}\right)$$

（10.88'）に代入してみると，$E[\alpha(\theta)] = E[\beta(\eta)] = 0$ だから，

$$\begin{aligned}\tilde{t} &\doteq E\left[(B' + \beta(\eta)) + B''\left(\frac{\tilde{t} - C' - \alpha(\theta)}{C''}\right)\right]\\ &= B' + \frac{B''}{C''}\left(C' - \tilde{t}\right) \qquad (10.93)\\ \tilde{t} &= C'\end{aligned}$$

（10.91）に代入してみると，

$$\tilde{\rho} = h(\tilde{t},\theta) = \hat{\rho} - \frac{\alpha(\theta)}{C''}$$

ここまで準備しておいて，税と直接規制の比較を行う．事前の期待値の意味での費用便益の差を $\Gamma$ とおく．すなわち，

$$\Gamma = E\left[(B(\tilde{\rho},\eta) - C(\tilde{\rho},\theta)) - (B(\hat{\rho},\eta) - C(\hat{\rho},\theta))\right] \qquad (10.95)$$

2 次の Taylor 近似を代入すると，

$$\begin{aligned}\Gamma = E\Big[&(b(\theta) + (B' + \beta(\eta))(\tilde{\rho} - \hat{\rho}) + \frac{B''}{2}(\tilde{\rho} - \hat{\rho})^2 - a(\theta) - (C' + \alpha(\theta))(\tilde{\rho} - \hat{\rho}) - \frac{C''}{2}(\tilde{\rho} - \hat{\rho})^2)\\ &-(b(\theta) - a(\theta))\Big]\\ = E\Big[&(B' + \beta(\eta))(\tilde{\rho} - \hat{\rho}) + \frac{B''}{2}(\tilde{\rho} - \hat{\rho})^2 - (C' + \alpha(\theta))(\tilde{\rho} - \hat{\rho}) - \frac{C''}{2}(\tilde{\rho} - \hat{\rho})^2)\Big]\end{aligned}$$

$\tilde{\rho} = \hat{\rho} - \frac{\alpha(\theta)}{C''}$ だから，

$$\Gamma = E\left[(B' + \beta(\eta))\left(-\frac{\alpha(\theta)}{C''}\right) + \frac{B''}{2}\left(-\frac{\alpha(\theta)}{C''}\right)^2 - (C' + \alpha(\theta))\left(-\frac{\alpha(\theta)}{C''}\right) - \frac{C''}{2}\left(-\frac{\alpha(\theta)}{C''}\right)\right]$$

$E[\alpha(\theta)] = E[\beta(\eta)] = 0, E[\alpha(\theta)^2] = \sigma^2$ だから，

$$\Gamma = \sigma^2\left[\frac{B'' + C''}{2(C'')^2}\right], \quad B'' < 0 < C'' \qquad (10.96)$$

- $|B''| < |C''|$ のとき，すなわち削減の限界費用の傾きが限界便益の傾きより大きいとき，$\gamma > 0$ なので，税のほうが望ましい．
- $|B''| > |C''|$ のとき，すなわち削減の限界便益の傾きが限界費用の傾きより大きいとき（ターゲットを外したときの損失が大きいので），$\gamma < 0$ なので，直接規制のほうが望ましい．

# M8．再生可能な共有地

共有地（common property resource）とは，所有権が確定していない消費財や生産要素のことをいい，消費・入手することで所有権が確定するようなものを指す．個人が占有できない資源が過剰に利用され，資源として劣化してしまうことを共有地の悲劇（tragedy of the commons）と呼ぶ（Hardin 1968）．共有資源としては，典型的には漁場や共同耕作地，入会地がこれにあたる．ここでは漁場を想定しよう[3].

## 静学的設定

誰でも漁に行けるような漁場を考えよう．漁場からの漁獲高 $y$ は，漁船の数 $b$ と，漁場にいる魚の数 $s$ に依存するとする．漁船が多いほうが漁獲高は多いけれどもその効果は逓減するとし，魚が多いほうが漁獲高が多いとすれば,

$$y = \hat{y}(s,b) \quad \frac{\partial y}{\partial b} > 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial b^2} < 0, \quad \frac{\partial y}{\partial s} > 0.$$

漁船 1 艘を出す費用を $w$ とし，漁を行うための総費用 $c$ は漁船数に比例するとする．

$$c = wb$$

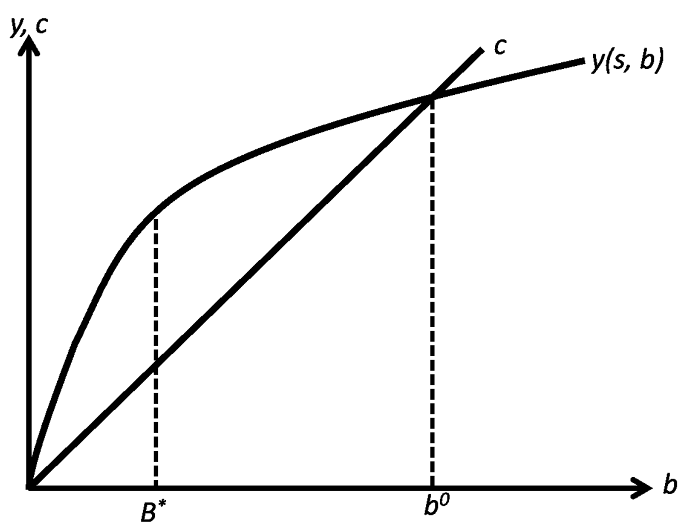


図 1: 静学的設定

[3]再生不可能な資源については，細田・横山（2007, 第 6 章を参照せよ.）

**規制がない場合** 各漁船は漁師によって所有されていて，漁に出るかどうかの判断は各漁師に任されているとしよう．このとき漁師は，漁に出たときに利潤が出るかどうかで出航をきめるとすれば，漁に出る条件は,

$$\frac{y}{b} > w$$

であり，利益が出なくなるまで漁が行われるとすればその均衡は安定的で

$$\hat{y}(s, b^0) = wb^0$$

を満たす.

**規制がある場合** 各漁船が漁に出るかどうかは規制されていて，漁師はこの漁場から得られる利潤を最大化する主体に従うとすれば，そのとき解かれる最大化問題は

$$\max \pi = \hat{y}(s, b) - wb$$

だから，漁に出る漁船数 $b^*$ は

$$\frac{y}{b} = w$$

を満たす．$b^* < b^0$ となっているから，規制がないときには過剰捕獲が行われている.

**ここでの外部性** 各漁船の利益は

$$\frac{\hat{y}(s,b)}{b} - w$$

で与えられるから，出航すること自体が他の漁師の利潤に影響しており，そのことに対して適切な補償は行われていない．漁に出ることが他の漁師の利潤に負の外部性を与えていることから，規制がないときには漁に出る漁師の数が過大になっている.「規制がある場合」は，合併による外部性の内部化と考えることもできる.

**ピグー税による解決** 外部性によって過大な漁がおこなわれているのだから，Pigou 税によっても解決することができる．漁船が 1 艘増えることによる他の漁船の利潤の変化は

$$\frac{\partial}{\partial b}\left(\frac{\hat{y}(s,b)}{b}\right) = \frac{1}{b}\left(\frac{\partial \hat{y}}{\partial b} - \frac{\hat{y}}{b}\right) < 0$$

漁船が $b$ 艘すでに出航していて，そのすべてに外部性が及ぶから，Pigou 税率は

$$\left(\frac{\hat{y}}{b} - \frac{\partial \hat{y}}{\partial b}\right)\Bigg|_{b=b^*}$$

## 動学的設定

離散時間モデルを考える．漁獲量と費用の関係は静学的な設定と同じ.

$$y_t = \hat{y}_t(s_t, b_t), \quad c_t = w_t b_t$$

魚の量は次のような遷移方程式（equation of motion）に従う．$g_t$ は自然増を表す．

$$s_{t+1} = s_t + g_t - y_t, \quad g_t = \hat{g}(s_t), \quad \hat{g}' > 0, \quad \hat{g}'' < 0.$$

定常状態を以下の 2 つの条件で定義する．

[1] $b_t = b', s_t = s'$ であれば，$s_{t+1} = s'$

[2] 魚の量 $s'$ に対して，操業中の漁船は $b'$

定常状態を定義する変数は 2 つ（$(b', s')$）だから，2 本の方程式を見つけてくればよい

**Locus of possible steady state** 定常状態の定義 [1] を満たすためには $g_t = y_t$ が成り立てばよいから，

$$\hat{g}(s) = \hat{y}(s, b)$$

が成り立てばよい．これを満たす $(s, b)$ の組合せを Locus of possible steady state と呼ぶ．

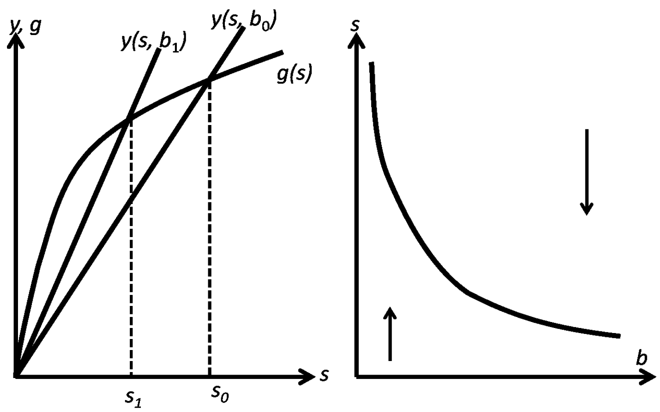


図 2: Locus of possible steady state

- $(g, y - s)$ 平面に $\hat{y}, \hat{g}$ のグラフを描いたとき，$\hat{y}$ のグラフが $\hat{g}$ に左下から交差する場合を考える．このとき，漁船数を増やすと $\hat{y}$ のグラフが上にシフトするから，交点の $s$ は左へ動く．よって，Locus of possible steady state は $b - s$ 平面上では右下がりの軌跡となる．
- 漁船数 $b$ を固定すると，$s$ が大きければ魚の自然増加量が漁獲量より少なくなるので，次期の魚の量は減る．
- ただし，$\hat{y}$ のグラフが $\hat{g}$ に左下から交差するとは限らない．

**Iso-profit map** 定常状態の定義 [2] について考えるためには，魚の量に対して漁船の量がどのように決まるかを考えなければならない．そのために，$b - s$ 平面上で一定の利益をもたらす組合せを結んだ線を考える（Iso-profit map）．この曲線は U 字型で，上に行くほど高い利益に対応する．

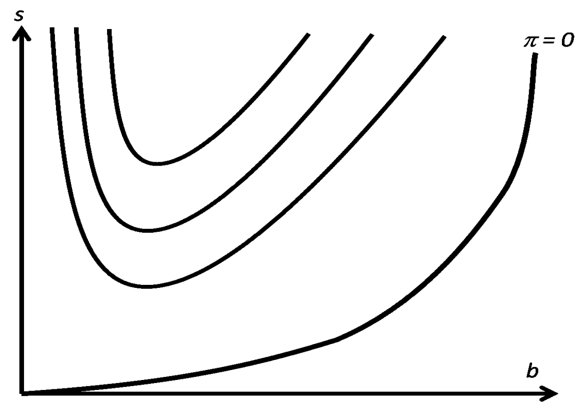


図 3: Iso-profit map

**規制がない場合** 漁船の出漁に規制がない場合，各時点で $\pi_t = 0$ になるまで操業が続く．$b - s$ 平面上では $\pi = 0$ の曲線上を移動する．$\pi = 0$ の曲線と Locus of possible steady state の交点より右側に初期時点があったばあい，$\pi = 0$ なる漁獲量では自然減少のほうが多いため，次期の魚の量は減る．そこで次期には $\pi = 0$ の曲線上で左下の点が選ばれる．これを繰り返して，2 曲線の交点が定常点となる．

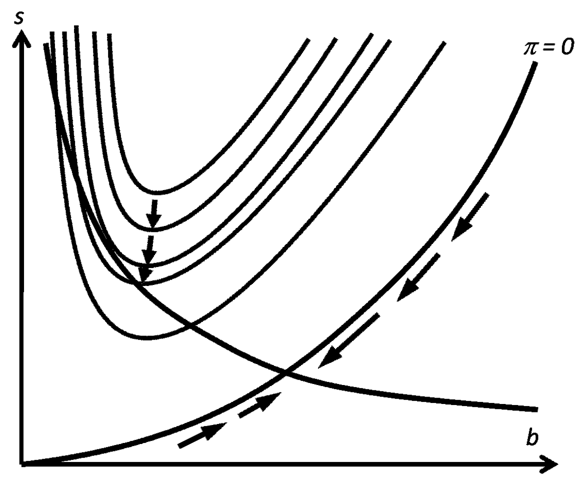


図 4: 規制がない場合，近視眼的な制御の場合

**近視眼的な制御が行われる場合** 各時点で漁師全体の利益を最大化するように漁獲量が決められる場合を考える．このばあい，所与の $s$ のもとで各時点の利潤を最大化する点は，Iso-profit map と水平線が接する点である．このような点を結んだ軌跡を MCP（maximum current profit）と書いておくと，MCP と Locus of possible steady state の交点が定常点となる．

**長期的視野で制御が行われる場合** 定常状態での漁師全体の利潤を最大化するように漁獲量が決められる場合を考える．このばあい，Locus of possible steady state の線上で最も利潤の大きな点が選ばれるから，Iso-profit map と Locus of possible steady state が接する点が選ばれる．ただし，どのようにその点が達成されるかは明らかではない．

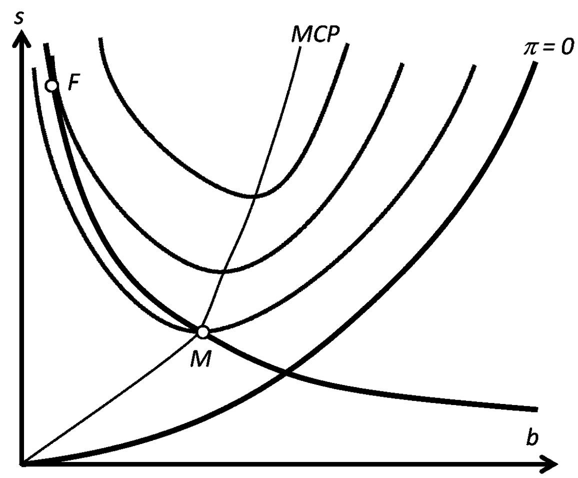


図 5: 長期的な制御の場合／最適な規制の場合

**「最適」な規制の場合** 長期的な視野で制御が行われる場合には，現在の利潤が犠牲にされている．利潤の現在割引価値を最大化するように漁獲量が決められる場合，解かれる最適化問題は

$$\max_{\{b_t\}} \mathrm{PDV} = \sum_{t=0}^{\infty}(1+r)^{-t}(\hat{y}_t(s_t, b_t) - w_t b_t), \quad \text{subject to} \quad s_{t+1} = s_t + \hat{g}_t(s_t) - \hat{y}(s, b)$$

最大化問題は well-defined ではあるが，これだけでは解析的には解けない．一般には，定常状態は Locus of possible steady state 上で，近視眼的な制御で達成される点 $M$ と，長期的視野での制御で達成される点 $F$ のあいだのどこかが実現する．割引率 $r$ が大きければ，将来の利潤を少なく見積もるので定常状態は $M$ に近くなる．逆に割引率が小さければ，将来の利潤を重視するので定常状態は $F$ に近づく．

## 絶滅の可能性

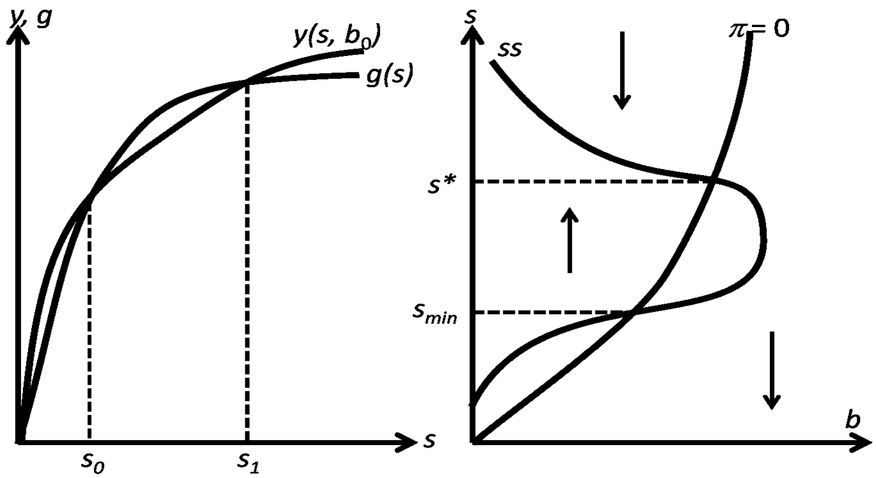


図 6: 絶滅の可能性

$(g, y-s)$ 平面に $\hat{y}, \hat{g}$ のグラフを描いたとき，$\hat{y}$ のグラフが $\hat{g}$ に左上から交差するようなケースを考え，これらが 2 回交わるとする．このとき，$(b-s)$ 平面に書かれた Locus of possible steady state は backward-bending な部分をもつ．

もし，ここで規制がなければ，$(b-s)$ 平面上の $\pi = 0$ の曲線に沿って状態は推移する．図の $s^*$ は安定的な定常均衡である．ところが $s_{\min}$ にあたる均衡は安定的ではない．もし，初期時点が $s_{\min}$ より少なければ，魚は絶滅する．

## 参考文献

[1] 井堀利宏．1996．公共経済の理論．有斐閣．第 1 章．

[2] 細田衛士・横山彰．2007．環境経済学．有斐閣アルマ．

## 引用文献

[1] Baumol, W.J., W.E. Oates. 1988. *The Theory of Environmental Policy.* Cambridge University Press.

[2] Hardin, G. 1968. The tragedy of the commons. *Science* **162**, 1243-1248.

[3] Weitzman, M.L. 1974. Prices vs. quantities. *Review of Economic Studies* **41**, 477-491.