

物品税 (2)

別所俊一郎¹

M4.5. 数値解析

最適課税問題では一般に closed form の解が得られないこと、また政策志向性の強いトピックであることから、数値解析によって最適課税のあり方が分析されてきた (e.g., Ray 1980)²。数値解析には関数形を特定化する必要がある。

手順 1 社会厚生関数の特定化。

Atkinson (1970) 型の社会厚生関数を用いる。家計の総消費 (= 所得) を μ^h として social utility of income は

$$U^h = \begin{cases} \frac{\kappa(\mu^h)^{1-\nu}}{1-\nu} & \text{if } \nu \neq 1 \\ \kappa \log \mu^h & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.49)$$

W の絶対値には意味がないから、 $\partial W / \partial V^h = 1$ とすると、marginal social utility of income は $\beta^h = \partial U^h / \partial \mu^h = \kappa(\mu^h)^{-\nu}$ 。 β^h が最も小さい世帯 ($h = 1$) について基準化すると

$$\beta^h = \left(\frac{\mu^1}{\mu^h} \right)^\nu \quad (4.51)$$

不平等回避度 ν が大きくなると、 μ^h が大きい世帯に付与されるウェイト β^h は小さくなる。ここでは、観測された支出に基づいた厚生ウェイト β^h は所与。

手順 2 各種弾性値の推定。

各財の需要への代替効果・所得効果 (価格弾力性、所得弾力性) の値が必要。Ray (1986) は代替効果・所得効果の大きさは一定としているが、Murty and Ray (1987) は間接効用関数の形状を仮定してパラメタを推定している。効用関数の形状を特定化することで、代替・所得効果の大きさなどに制約をかけることになる。

手順 3 最適税率の導出。

社会厚生関数、個人の効用関数の特定化ができれば、Ramsey rule にあてはめることで最適税率を導出できる。結果としての最適税率のもとでの再分配効果の計測も可能。

M4.6. 生産技術の一般化

これまでは、労働を唯一の生産要素とし、規模に関して収穫一定の生産技術で、各企業が 1 種類の財のみを生産すると仮定してきた。この仮定を弱めることで結果に大きな変化があるか?

¹bessho [at] econ.hit-u.ac.jp。間違いがあったらすぐにお知らせください。

²日本については、たとえば Asano and Fukushima (2006) を見よ。

家計 h が企業 j に対して持つ株の持ち分を θ_j^h とする。企業 j の利潤 $\pi_j(p)$ が非課税で株主に配分されるとすると、家計 h の最適化問題は、 ω_i^h を初期保有として

$$\max_{x^h} U^h(x^h) \quad \text{subject to} \quad \sum_{i=1}^n q_i x_i^h = \sum_{i=1}^n q_i \omega_i^h \sum_{j=1}^m \theta_j^h \pi_j(p) \quad (4.66)$$

このとき、財 i への需要関数は $x_i^h = x_i^h(q, p)$ で与えられる。企業の利潤最大化問題と組み合わせると、生産者価格を消費者価格の関数として表現できれば、最適税制が満たすべき条件が導出される (Munk 1978)。

生産技術が規模に関して収穫一定であれば、企業の利潤はゼロとなるから、家計の行動は消費者価格のみ、企業の行動は生産者価格のみで記述され、家計と企業は直面する価格の意味で分離される。このとき、生産要素の数が増えること自体は結論をそれほど変化させない。家計の最適化問題は

$$\max_{x^h} U^h(x^h) \quad \text{subject to} \quad \sum_{i=1}^n q_i x_i^h = \sum_{i=1}^n q_i \omega_i^h \quad (4.56)$$

M4.7. 非課税財，Corlett-Hague の命題

ここまでは財が n 種類あるものとしてきたが、簡単化のために 3 財経済 ($i = 0, 1, 2$) を考え、第 0 財には課税しない ($t_0 = 0$) とする。家計の異質性を捨象すると Ramsey rule より、

$$t_1 S_{11} + t_2 S_{12} = -\theta x_1, \quad t_1 S_{21} + t_2 S_{22} = -\theta x_2. \quad (4.79-80)$$

t_1, t_2 について implicit に

$$t_1 = \left(\frac{\theta}{S} \right) (S_{12} x_2 - S_{22} x_1), \quad t_2 = \left(\frac{\theta}{S} \right) (S_{21} x_1 - S_{11} x_2), \quad S = S_{11} S_{22} - S_{21} S_{12} < 0 \quad (4.81)$$

補償弾性を $\varepsilon_{ij}^C \equiv q_j S_{ij} / x_j$ とし、基準化して $p_1 = p_2$ とおくと

$$\frac{t_1 / (1 + t_1)}{t_2 / (1 + t_2)} = \frac{\varepsilon_{12}^C - \varepsilon_{22}^C}{\varepsilon_{21}^C - \varepsilon_{11}^C} \quad (4.84)$$

さて、 k 次同次関数についてのオイラーの定理 $k f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_j} (x_1, \dots, x_n) x_j$ を価格について 0 次同次関数である補償需要関数に用いると³、

$$0 = \sum_{j=1}^n \frac{\partial x_i^c}{\partial q_j} q_j = \sum_{j=1}^n S_{ij} q_j$$

両辺を x_i で割ると

$$0 = \sum_{j=1}^n \frac{S_{ij} q_j}{x_i} = \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij}^C$$

³この証明については、西村 (1990) pp.132-133 を見よ。

であるから、これを使って (4.84) を変形すると、

$$\frac{t_1}{1+t_1} = \frac{-(\varepsilon_{11}^C + \varepsilon_{22}^C) - \varepsilon_{10}^C}{-(\varepsilon_{11}^C + \varepsilon_{22}^C) - \varepsilon_{20}^C} \frac{t_2}{1+t_2}. \quad (4.87)$$

それゆえ、 $\varepsilon_{10}^C = \varepsilon_{20}^C$ であれば最適税制において $t_1 = t_2$ 。また、 $\varepsilon_{10}^C < \varepsilon_{20}^C$ であれば、 $t_1 > t_2$ であり、非課税である第 0 財と補完的な財の税率のほうが高い。

- 第 0 財を余暇とみなせば、「余暇に課税できないとき、余暇と補完関係にある財の税率を高くすべきだ」と述べることもできる。これを Corlett-Hague の命題という。
- もちろん、第 0 財を余暇とみなす必要はない。一般に、ある財に課税できないとき、その財と補完的な財に税をかけることで厚生損失をより少なくすることができる。
- 前回の設定では、生産者と消費者が労働（余暇）に対して同じ価格 w に直面していた。Myles は、このことを「暗黙的に余暇に課税できないと仮定している」と解釈するのは誤りで、ただの基準化に過ぎないとしている。

M4.8. 均一税率

物品税は財によって異なる税率を設けるよりも均一税率のほうが望ましいという主張は、とくに Hatta (1986) などによって支持されている⁴。ここではそのための条件を従価税 (ad valorem) のケースで確認する。消費者価格と生産者価格の関係は $q_i = (1+t_i)p_i$ なので、最適化問題の FONC は

$$\frac{\partial V}{\partial q_k} p_k + \lambda \left(p_k x_k + \sum_{i=1}^n t_i p_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k} p_k \right) = 0. \quad (4.89)$$

このとき Ramsey rule は

$$\sum_{i=1}^n t_i p_i S_{ik} = -\theta x_k, \quad \theta = 1 - \frac{\alpha}{\lambda} - \sum_{i=1}^n t_i p_i \frac{\partial x_i}{\partial I}. \quad (4.90)$$

ここで補償需要の 0 次同次性から $\sum_{i=1}^n q_i S_{ik} + w S_{0k} = 0$ が成り立つから、 $w = 1$ に基準化すれば

$$S_{0k} = \theta x_k. \quad (4.92)$$

つまり、最適税制のもとでは、各財の需要は、余暇の価格に対する各財の補償需要の変化に比例する。また、各消費財の余暇の価格に対する補償弾力性がすべて等しければ、均一税率が望ましい。この条件を満たす選好は、

$$U = U \left(\phi \left(\frac{x}{x_0}, x_0 \right) \right) \quad (4.99)$$

で表現され、支出関数は $E = E(q_0, \psi(q), u)$ のように表わされる。

⁴Asano and Fukushima (2006) は、均一税率でも厚生損失は大きくないことを実証的に示している。

M4.9. 生産効率性の補題 (Production efficiency lemma)

Lipsey and Lancaster (1956) の Second best theory とは対照的に、ここまでの設定では、最適税制のもとでは生産の効率性が達成される。これを Diamond and Mirrlees の生産効率性の補題 (Production efficiency lemma) と呼ぶ⁵。

定理 1 (4.1) 社会厚生関数が各家計の効用水準に対して厳密な意味で増加関数であるとする。このとき、(1) ある財 i について、すべての家計 h に対して $x_i^h \leq 0$ であり、かつある家計 \hat{h} について $x_i^{\hat{h}} < 0$ である、もしくは、(2) $q_i > 0$ なるある財 i について、すべての家計 h に対して $x_i^h \geq 0$ であり、かつある家計 \hat{h} について $x_i^{\hat{h}} > 0$ である、のいずれかが成り立てば、最適点が存在すればその最適点は生産フロンティア上にある。

- 証明は背理法による。(2) のケースで、社会的最適が達成され、かつ生産フロンティア内で生産が行われているとする。このとき (税率を引き下げることによって) 価格 q_i を少し引き下げれば、家計 \hat{h} の消費 $x_i^{\hat{h}}$ は少し増加する。生産フロンティア内で生産されていたことから、この変化は実行可能である。またこの変化は、家計 \hat{h} の効用、さらに社会厚生を改善させる。これは社会的最適が達成されていたという仮定に矛盾する。
- この補題の重要な仮定は、企業の行動が生産者価格のみに依存し、その意味で生産者価格と消費者価格が分離している点である。社会厚生は消費者の効用に依存しているが、消費者の効用は消費者価格にしか依存しておらず、政府が制御するのは消費者価格のみである。この仮定は、生産技術が規模に関して収穫一定であり、企業が超過利潤を得ないことに支えられている。もし、企業が超過利潤を得るような生産技術であっても、超過利潤に 100% 課税が行われれば、この補題は成立する。
- 生産要素に課税されていないことがこの補題の成立のための仮定のひとつだから、生産要素や中間財に対して課税すべきでない、という含意をもつ。世界経済に適用すれば、関税をかけるべきではないとの含意にもつながる。
- すべての財に課税が可能だ、というのも重要な仮定。もし非課税の消費財が存在すれば、そこから発生する歪みを相殺するために、生産要素に課税することも正当化されるかもしれない。

⁵Salanie (2003) pp.73-76 も参照。

参考文献

- [1] Diamond, P.A., J.A. Mirrlees. 1971. Optimal taxation and public production 1 and 2. *American Economic Review* **61**, 8-27 and 261-278.
- [2] Salanie, B. 2003. *The Economics of Taxation*. MIT Press., Chapter 3.
- [3] 井堀利宏 . 1990 . 公共経済の理論 . 有斐閣 . 第 3 章
- [4] 山田雅俊 . 2005 . 課税の影響 , 労働供給と最適課税 . 神谷・山田編著第 3 章 .

引用文献

- [1] Asano, S., T. Fukushima. 2006. Some empirical evidence on demand system and optimal commodity taxation. *Japanese Economic Review* **57(1)**, 50-68.
- [2] Corlett, W., D. Hague. 1953. Complementarity and the excess burden of taxation. *Review of Economic Studies* **21**, 21-30.
- [3] Hatta, T. 1986. Welfare effects of changing commodity tax rates toward uniformity. *Journal of Public Economics* **29**, 99-112.
- [4] Lipsey, R., K. Lancaster. 1956-57. The general theory of second best. *Review of Economic Studies* **24**, 11-32.
- [5] Munk, K.J. 1978. Optimal taxation and pure profit. *Scandinavian Journal of Economics* **80**, 1-19.
- [6] Murty, M.N., R. Ray. 1987. Sensitivity of optimal commodity taxes to relaxing leisure/goods separability and to the wage rate. *Economics Letters* **24**, 273-277.
- [7] Ray, R. 1986. Sensitivity of "optimal" commodity tax rates to alternative demand functional forms. *Journal of Public Economics* **31**, 253-268.
- [8] 西村和雄 . 1990 . ミクロ経済学 . 東京経済新報社 .